

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 14 FEBRUARIE 2025

CLASA A V-a

SUBIECTUL I. Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:

- (2p) 1. În urmă cu 3 ani, mama era de 4 ori mai în vârstă decât fiica ei. Peste un an, mama va fi de 3 ori mai în vârstă decât fiica ei. Acum câțiva ani, mama era de 5 ori mai în vârstă decât fiica ei. În urmă cu câți ani era mama de 5 ori mai în vârstă decât fiica ei?
A. în urmă cu 1 an B. în urmă cu 2 ani C. în urmă cu 3 ani D. în urmă cu 4 ani
E. în urmă cu 5 ani
- (2p) 2. Alin scrie pe o tablă numerele de la 1 la 121. Câte cifre a folosit?
A. 260 B. 255 C. 250 D. 200 E. 180
- (2p) 3. Fie n un număr natural nenul. Ultimele două cifre ale câtului împărțirii numărului K la 13, unde $K = 7^{4n+1} + 6 \cdot 7^{4n} + 67$, sunt :
A. 10 B. 29 C. 48 D. 06 E. 97
- (2p) 4. Într-un coș sunt 156 de fructe – mere și gutui. Dacă din coș se scot 6 gutui, atunci triplul sfertului numărului merelor este egal cu jumătate din numărul gutuilor rămase. Numărul merelor din coș este egal cu:
A. 40 B. 80 C. 60 D. 105 E. 140
- (1p) 5. Restul împărțirii numărului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100 + 2025$ la 9009 este egal cu:
A. 1 B. 2025 C. 2024 D. 0 E. 2023
- (1p) 6. La un concurs se dau 30 de probleme. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 3 puncte. Dacă un elev a obținut 118 puncte, atunci numărul problemelor la care a răspuns greșit este egal cu:
A. 7 B. 10 C. 6 D. 4 E. 12
- (1p) 7. Fie numărul $N = 1 + 2025 + 2025^2 + 2025^3 + \dots + 2025^{2024} + 2025^{2025}$. Restul împărțirii lui N la 1013 este egal cu:
A. 1 B. 0 C. 2025 D. 3 E. 2
- (1p) 8. Ultima cifră a numărului $2^{2025} + 3^{2025} + 4^{2025} + 5^{2025}$ este egală cu:
A. 6 B. 1 C. 2 D. 5 E. 4
- (1p) 9. Ordinea descrescătoare a numerelor $a = 5^{305}$, $b = 2^{712}$, $c = 11^{203}$ este:
A. a, b, c B. c, b, a C. b, a, c D. b, c, a E. c, a, b

(1p) 10. Fie x un număr natural care îndeplinește simultan condițiile:

a) x este mai mic decât 1350;

b) x este cub perfect;

c) x împărțit la 16 dă restul 8.

Suma tuturor astfel de numere naturale x este egală cu:

A. 150

B. 1016

C. 2025

D. 708

E. 1224

La subiectele II și III scrie rezolvările complete:

Subiectul II

Se consideră șirul de numere naturale: 6, 22, 102, 502, 2502,

a) Completați șirul cu încă doi termeni.

b) Stabiliți dacă numărul $2\underbrace{000\dots000}_{2025 \text{ cifre de } 0}2$ este termen al șirului.

c) Arătați că suma primilor 2025 de termeni ai șirului nu este pătrat perfect.

Subiectul III

Aflați numerele \overline{ab} , cu $a > b$, pentru care:

$$\overline{ab}^2 + \overline{(a-b)(a+b)b} + a - b = 2023.$$

Gazeta Matematică nr. 6-7-8 / 2024

Note: Toate subiectele sunt obligatorii

Pentru rezolvarea corectă a subiectelor II și III se acordă câte 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore